



## Сучасні методи топології

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

<b>Рівень вищої освіти</b>	<i>Перший (бакалаврський)</i>					
<b>Галузь знань</b>	<i>11 Математика та статистика</i>					
<b>Спеціальність</b>	<i>111 Математика</i>					
<b>Освітня програма</b>	<i>Страхова та фінансова математика</i>					
<b>Статус дисципліни</b>	<i>За вибором</i>					
<b>Форма навчання</b>	<i>очна(денна)</i>					
<b>Рік підготовки, семестр</b>	<i>2 курс, осінній семестр</i>					
<b>Обсяг дисципліни</b>	<i>120/ 4 кредитів</i>					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	СРС
	Години	36	18	0	0	66
<b>Семестровий контроль/ контрольні заходи</b>	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	-	+	1	0	1	0
<b>Розклад занять</b>	<i>На сайті університету, також сайті кафедри</i>					
<b>Мова викладання</b>	<i>Українська</i>					
<b>Інформація про керівника курсу / викладачів</b>	<p>Лектор: Дудкін Микола Євгенович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, <i>доктор</i>. фіз.-мат. наук  <a href="mailto:dudkin@imath.kiev.ua">dudkin@imath.kiev.ua</a>  <a href="http://intellect.difur.kpi.ua/profile/dme4">http://intellect.difur.kpi.ua/profile/dme4</a>            ORCID: <a href="http://orcid.org/0000-0002-5554-182X">http://orcid.org/0000-0002-5554-182X</a></p> <p>Практичні: Дудкін Микола Євгенович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, <i>доктор</i>. фіз.-мат. наук  <a href="mailto:dudkin@imath.kiev.ua">dudkin@imath.kiev.ua</a>  <a href="http://intellect.difur.kpi.ua/profile/dme4">http://intellect.difur.kpi.ua/profile/dme4</a>            ORCID: <a href="http://orcid.org/0000-0002-5554-182X">http://orcid.org/0000-0002-5554-182X</a></p>					
<b>Розміщення курсу</b>	<i>Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці</i>					

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у сучасних новітніх технологіях та комп'ютерному дизайнові матеріалів, використовувати методи топології в розрахунках.

Програмні компетентності:

#### Загальні компетентності (ЗК)

- ЗК1** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу
- ЗК2** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях
- ЗК3** Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності
- ЗК6** Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій
- ЗК7** Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями
- ЗК8** Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел
- ЗК9** Здатність приймати обґрунтовані рішення
- ЗК10** Здатність працювати в команді
- ЗК11** Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань)
- ЗК12** Здатність працювати автономно
- ЗК13** Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків
- ЗК16** Здатність адаптуватися і діяти в нових умовах, проявляти творчий підхід та ініціативу
- ЗК17** Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів

#### Програмні результати навчання

- РН1** Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці
- РН3** Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень
- РН4** Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми
- РН7** Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики
- РН10** Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями
- РН11** Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей
- РН12** Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації
- РН14** Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач
- РН16** Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем
- РН24** Застосовувати отримані знання з математичних дисциплін, у яких вивчаються моделі природничих процесів; математичні методи аналізу та прогнозування; математичні способи інтерпретації числових даних; принципи функціонування природничих процесів, математичні моделі оцінки ризиків в тих предметних областях, де проводяться дослідження.

## 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається у третьому семестрі на базі курсу математичного аналізу

### 3. Зміст навчальної дисципліни

1. Основні поняття топології
2. Топологічні властивості операції над топологічними просторами.
3. Класифікація топологічних просторів.
4. Теорія гомотопій.
5. Теорія гомологій .

### 4. Навчальні матеріали та ресурси

#### Основна література

1. Борисенко О.А.. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995.
2. Пришляк О.О., Основи сучасної топології, Навч. посібник, КНУ ім. Т. Шевченка, 2006

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

##### 5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

#### Перелік лекцій

#### 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТОПОЛОГІЇ

Лекція 1.\_ 1. Топологія та топологічні простори.

\_\_\_\_\_ 2. Метрика та метричні простори. Топологія індукована метрикою.

\_\_\_\_\_ 3. Відкриті множини, околи, внутрішність, ізольовані точки.

\_\_\_\_\_ 4. Замкнені множини, замикання множини, граничні точки.

Лекція 2.\_ 5. Підпростори топологічних просторів. Індукована топологія.

\_\_\_\_\_ 6. Неперервні відображення. Гомеоморфізми.

\_\_\_\_\_ 7. Аксиоми відокремленості.

Лекція 3. 8. Зв'язні та незв'язні топологічні простори та множини. Неперервні відображення зв'язних множин. Компоненти зв'язності.

\_\_\_\_\_ 9. Локально зв'язні і лінійно зв'язні топологічні простори.

\_\_\_\_\_ 10. База топології, продбаза топології, покриття.

#### 2. ТОПОЛОГІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ. ОПЕРАЦІЇ НА ТОПОЛОГІЧНИМИ ПРОСТОРАМИ

Лекція 4. 1. Топологічні простори, що задовольняють другій аксіомі зліченості та першій аксіомі зліченості. Фінально-компактні простори.

2. Скрізь щільні простори та ніде нещільні простори та їх властивості.

Сепарабельні топологічні простори.

Лекція 5 \_ 3. Граничні множини. Границя множини.

4. Топологічна сума топологічних просторів, сума топологій. Топологічний добуток топологічних просторів. Добуток топологій.

5. Фактор-топології на множині індукована неперервним відображенням топологічного простору у множину. Фактор-простір. Склеювання просторів.

#### 3. КЛАСИФІКАЦІЯ ТОПОЛОГІЧНИХ ПРОСТОРІВ

Лекція 6. 1. Регулярні та цілком регулярні простори.

\_\_\_\_\_ 2. Нормальні простори.

Лекція 7. 3. Функціональна відокремленість в нормальних просторах. Велика лема Урисона.

\_\_\_\_\_ 4. Продовження неперервних відображень. Теорема Тітце-Брауера-Урисона.

Лекція 8. 5. Розбиття одиниці. Компактні простори та їх властивості. Теорема Тихонова.

6. Локально-компактні простори та їх властивості. Теорема Александрова про одноточкову компактифікацію локально компактного хаусдорфового простору.

Лекція 9. 7. Паракомпактні простори та їх властивості. Теорема Дьедонне про нормальність паракompактного хаусдорфового простору. Наслідки.

\_\_\_\_\_ 8. Топологічні простори першої та другої категорії.

Лекція 10. 9. Метризовані топологічні простори.

\_\_\_\_\_ 10. Метризаційна теорема Урисона.

\_\_\_\_\_ 11. Цілком обмежені топологічні простори.

#### 4. ТЕОРІЯ ГОМОТОПІЙ

Лекція 11. 1. Гомотопія неперервних відображень. Гомотопічні класи. Властивості гомотопічних відображень. Гомотопічна еквівалентність.

\_\_\_\_\_ 2. Ретракти та ретракції. Деформація та деформаційні ретракти.

Лекція 12. 3. Фундаментальна група (група Пуанкаре) топологічного простору.

\_\_\_\_\_ 4. Фундаментальна група лінійно зв'язних топологічних просторів.

Лекція 13. 5. Однозв'язні топологічні простори, фундаментальна група однозв'язного топологічного простору.

\_\_\_\_\_ 6. Фундаментальна група топологічного добутку.

Лекція 14. 7. Фундаментальна група та гомотопічна еквівалентність. Теорема про гомотопічну класифікацію.

\_\_\_\_\_ 8. Стягвані простори. Цілком стягвані простори.

#### 5. ТЕОРІЯ ГОМОЛОГІЙ

Лекція 15. 1. Симплиціальні комплекси. Симплиціальна апроксимація. Поліедри. Баріцентр. Баріцентричний підрозділ симплиціального комплексу.

2. Ланцюгові комплекси.  $r$ -вимірні ланцюги, цикли, границі. Граничний оператор та його властивості.  $r$ -вимірна група гомологій ланцюгового комплексу. Ланцюгове відображення ланцюгових комплексів.

Лекція 16. 3. Групи гомологій симплиціального комплексу.

4. Сингулярні гомології точки, нуль вимірні гомології лінійно зв'язного простору. Теорема про гомотопічну класифікацію.

Лекція 17. 5. Сингулярні гомології сфер. Точна гомологічна послідовність пари просторів.

Лекція 18. 6. Застосування теорії гомологій до теорії вимірності. Теорема Борсука. Теорема Брауера про існування нерухомої точки неперервного відображення кулі в кулю.

На практичних заняттях - Завдання до виконання

#### *Перелік (орієнтовно) практичних занять*

*Практичне заняття 1.* 1. Топологія та топологічні простори. Метрика та метричні простори. Топологія індукована метрикою. Відкриті множини, околи, внутрішність, ізольовані точки.

2. Замкнені множини, замикання множини, граничні точки. Підпростори топологічних просторів. Індукована топологія. Неперервні відображення. Гомеоморфізми

*Практичне заняття 2.* 3. Аксиоми відокремленості. Зв'язні та незв'язні топологічні простори та множини. Неперервні відображення зв'язних множин. Компоненти зв'язності.

4. Локально зв'язні і лінійно зв'язні топологічні простори. База топології, продбаза топології, покриття.

*Практичне заняття 3.* 5. Скрізь щільні простори та ніде нещільні простори та їх властивості. Сепарабельні топологічні простори. Граничні множини. Границя множини. Топологічна сума топологічних просторів, сума топологій.

6. Топологічний добуток топологічних просторів. Добуток топологій. Фактор-топології на множині індукована неперервним відображенням топологічного простору у множину. Фактор-простір. Склеювання просторів.

*Практичне заняття 4.* 7. Регулярні та цілком регулярні простори. Нормальні простори. Функціональна відокремленість в нормальних просторах. Продовження неперервних відображень.

8. Компактні простори та їх властивості. Локально-компактні простори та їх властивості.

*Практичне заняття 5.* 9. Паракомпактні простори та їх властивості. Метризовані топологічні простори. Цілком обмежені топологічні простори.

10. Модульна контрольна робота.

*Практичне заняття 6.* 11. Гомотопія неперервних відображень. Гомотопічні класи. Властивості гомотопних відображень. Гомотопічна еквівалентність.

12. Ретракти та ретракції. Деформація та деформаційні ретракти. Фундаментальна група (група Пуанкаре) топологічного простору. Фундаментальна група лінійно зв'язних топологічних просторів.

*Практичне заняття 7.* 13. Однозв'язні топологічні простори, фундаментальна група однозв'язного топологічного простору. Фундаментальна група топологічного добутку.

14. Фундаментальна група та гомотопічна еквівалентність. Теорема про гомотопічну класифікацію. Стягнуті простори. Цілком стягнуті простори.

*Практичне заняття 8.* 15. Ланцюгові комплекси.  $r$ -вимірні ланцюги, цикли, границі. Граничний оператор та його властивості.  $r$ -вимірна група гомологій ланцюгового комплексу. Ланцюгове відображення ланцюгових комплексів.

16. Групи гомологій симліціального комплексу.

*Практичне заняття 9.* 17. Сингулярні гомології точки, нуль вимірні гомології лінійно зв'язного простору. Теорема про гомотопічну класифікацію.

18. Сингулярні гомології сфер. Точна гомологічна послідовність пари просторів.

На практичних заняттях - Завдання до виконання (відповідно до семестрової планової атестації).

**5.2. Технічне забезпечення:** Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента)

## **6. Самостійна робота студента**

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання розрахункової роботи та модульної контрольної роботи (відповідно до семестрових планових атестацій).

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР.

**Календарний контроль:** проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

**Семестровий контроль:** залік.

**Умови допуску до семестрового контролю:** мінімально позитивна оцінка за МКР, зарахування розрахункової роботи, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

### 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою;

### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, доктором фіз.-мат. наук Дудкіним Миколою Євгеновичем

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 07.07. 2022р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 8 від 11.07.2022)